

# 数学试卷

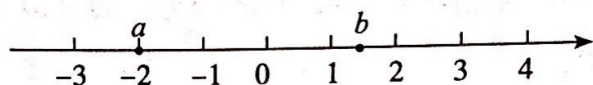
考生须知

1. 本试卷共 6 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分. 考试时间 120 分钟.
2. 在答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名.
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效.
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答.
5. 考试结束,将答题卡交回.

## 一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

第 1—8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

1. 实数  $a, b$  在数轴上的位置如图所示,以下说法正确的是



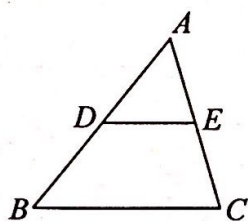
- A.  $a + b > 0$       B.  $ab > 0$       C.  $a > b$       D.  $|a| > |b|$

2. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ , 那么  $\cos A$  的值是

- A.  $\frac{4}{5}$       B.  $\frac{3}{5}$       C.  $\frac{3}{4}$       D.  $\frac{4}{3}$

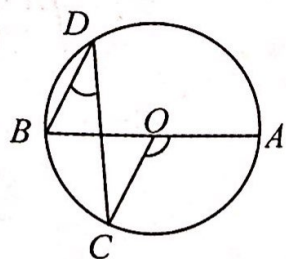
3. 如图,在  $\triangle ABC$  中,点  $D, E$  分别是  $AB, AC$  的中点,则  $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC}$  等于

- A. 1 : 5      B. 1 : 4  
C. 1 : 3      D. 1 : 2



4. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $C, D$  是  $\odot O$  上两点,  $\angle AOC = 130^\circ$ , 则  $\angle D$  等于

- A.  $65^\circ$       B.  $35^\circ$   
C.  $25^\circ$       D.  $15^\circ$



5. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,将抛物线  $y = 2x^2$  先向左平移 3 个单位长度,再向下平移 4 个单位长度后所得到的抛物线的表达式为

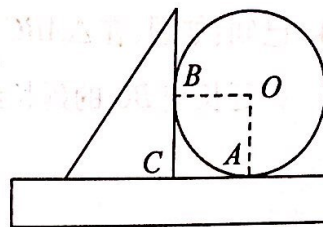
- A.  $y = 2(x + 3)^2 - 4$       B.  $y = 2(x - 3)^2 - 4$   
C.  $y = 2(x + 3)^2 + 4$       D.  $y = 2(x - 3)^2 + 4$

6. 函数  $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{x-1}$  中,自变量  $x$  的取值范围是

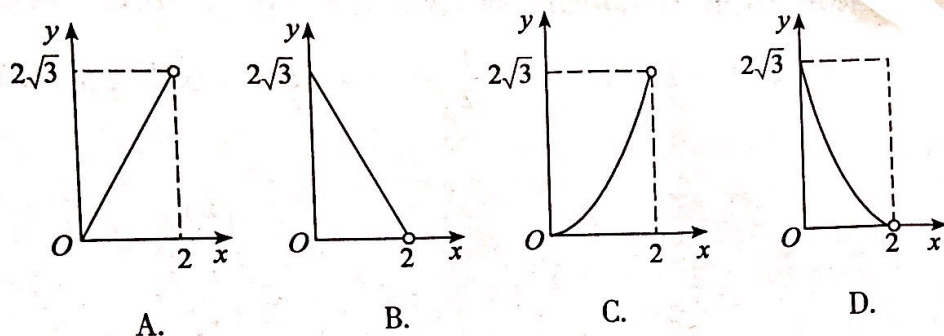
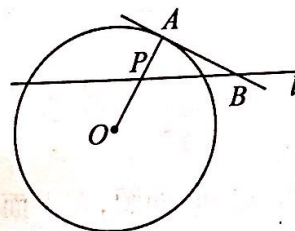
- A.  $x \leq \frac{1}{2}$  且  $x \neq 1$       B.  $x \geq \frac{1}{2}$  且  $x \neq 1$       C.  $x < \frac{1}{2}$  且  $x \neq 1$       D.  $x > \frac{1}{2}$  且  $x \neq 1$



7. 如图,圆形铁片与直角三角尺、直尺紧靠在一起平放在桌面上. 已知铁片的圆心为  $O$ ,三角尺的直角顶点  $C$  落在直尺的 10cm 处,铁片与直尺的唯一公共点  $A$  落在直尺的 14cm 处,铁片与三角尺的唯一公共点为  $B$ ,下列说法错误的是



- A. 圆形铁片的半径是 4cm  
B. 四边形  $AOBC$  为正方形  
C. 弧  $AB$  的长度为  $4\pi$ cm  
D. 扇形  $OAB$  的面积是  $4\pi$ cm<sup>2</sup>
8. 如图,  $A$  点在半径为 2 的  $\odot O$  上,过线段  $OA$  上的一动点  $P$  作直线  $l$ ,与  $\odot O$  过  $A$  点的切线交于点  $B$ ,且  $\angle APB = 60^\circ$ ,设  $OP = x$ ,则  $\triangle PAB$  的面积  $y$  关于  $x$  的函数图象大致是

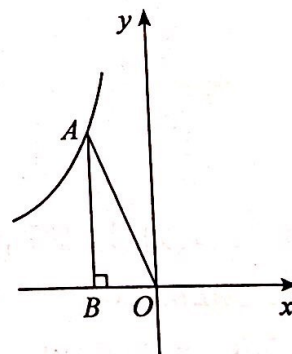


## 二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

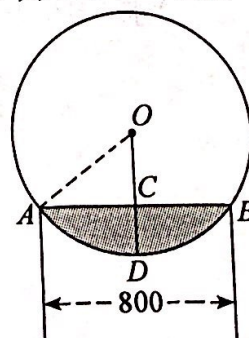
9. 因式分解:  $x^3 - 9xy^2 =$  \_\_\_\_\_.

10. 如果代数式  $a^2 - a - 1 = 0$ ,那么代数式  $\frac{3a^2}{a-1} \cdot (a - \frac{2a-1}{a})$  的值为 \_\_\_\_\_.

11. 如图,在平面直角坐标系  $xOy$  中,反比例函数  $y = -\frac{4}{x}$  在第二象限的图象上有一点  $A$ ,过点  $A$  作  $AB \perp x$  轴于点  $B$ ,则  $S_{\triangle AOB} =$  \_\_\_\_\_.



12. 如图,直径为 1000mm 的圆柱形水管有积水(阴影部分),水面的宽度  $AB$  为 800mm. 则水的最大深度  $CD$  是 \_\_\_\_\_ mm.

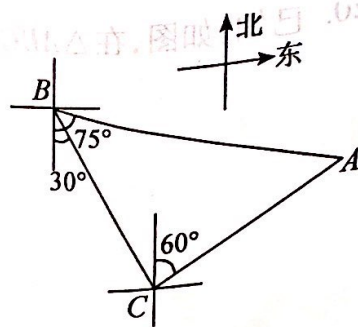


13. 如果  $\frac{b}{5} = \frac{c}{4} = \frac{a}{6} \neq 0$ ,那么  $\frac{b+c}{a}$  的值为 \_\_\_\_\_.

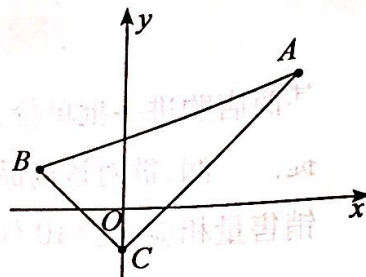




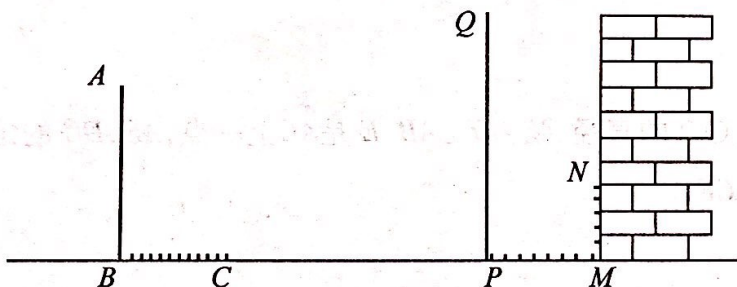
14. 轮船从  $B$  处以每小时 50 海里的速度沿南偏东  $30^\circ$  方向匀速航行, 在  $B$  处观测灯塔  $A$  位于南偏东  $75^\circ$  方向上, 轮船航行半小时到达  $C$  处, 在  $C$  处观测灯塔  $A$  位于北偏东  $60^\circ$  方向上, 则  $C$  处与灯塔  $A$  的距离是\_\_\_\_\_海里.



15. 如图所示,  $\triangle ABC$  的三个顶点的坐标分别为  $A(4,3)$ 、 $B(-2,1)$ 、 $C(0,-1)$ , 则  $\triangle ABC$  外接圆的圆心坐标是\_\_\_\_\_ ;  $\triangle ABC$  外接圆的半径为\_\_\_\_\_.



16. 在同一时刻两根木杆在太阳光下的影子如图所示, 其中木杆  $AB = 4\text{m}$ , 它的影子  $BC = 1.6\text{m}$ , 木杆  $PQ$  的影子有一部分落在了墙上,  $PM = 1.2\text{m}$ ,  $MN = 0.8\text{m}$ , 则木杆  $PQ$  的长度为\_\_\_\_\_ m.



三、解答题(本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27、28 题, 每小题 7 分)

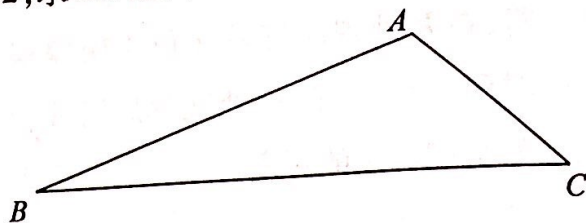
17. 解不等式组  $\begin{cases} 2x+4 \leq 5(x+2), \\ x-1 < \frac{2}{3}x. \end{cases}$  并求它的整数解.

18. 计算:  $\sqrt{12} - (\pi - 2)^0 - 2\cos 30^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

19. 已知抛物线  $y = (m-1)x^2 + (m-2)x - 1$  与  $x$  轴相交于  $A$ 、 $B$  两点, 且  $AB = 2$ , 求  $m$  的值.

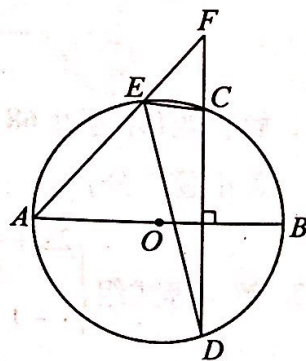


20. 已知:如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 120^\circ$ , $AB = 4$ , $AC = 2$ ,求 $BC$ 边的长.

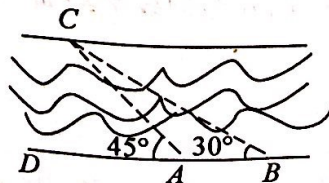


21. 某商店购进一批单价为 8 元的商品,如果按每件 10 元出售,那么每天可销售 100 件. 为提高利润,欲对该商品进行涨价销售. 经调查发现,这种商品的销售单价每提高 1 元,其销售量相应减少 10 件. 将销售价定为多少时,才能使每天所获销售利润最大? 最大利润是多少?

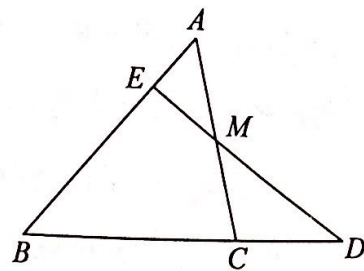
22. 已知:如图, $AB$  是 $\odot O$ 的直径,弦 $CD \perp AB$ , $E$ 是 $\widehat{AC}$ 上一点, $AE, DC$ 的延长线相交于点 $F$ , 求证: $\angle AED = \angle CEF$ .



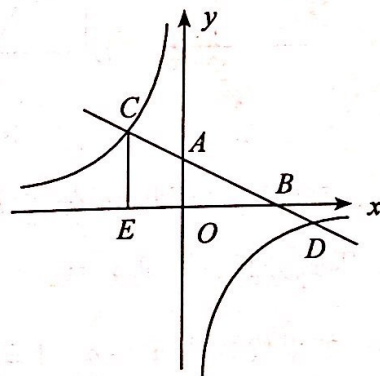
23. 如图所示,某中学课外活动小组的同学利用所学知识去测量潮白河某河段的宽度. 小强同学在 $A$ 处观测对岸 $C$ 点,测得 $\angle CAD = 45^\circ$ ,小明同学在距 $A$ 处 50 米远的 $B$ 处测得 $\angle CBD = 30^\circ$ ,请你根据这些数据算出河宽. (精确到 0.01 米,参考数据  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ )



24. 已知:如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 $M$ 为 $AC$ 边的中点,点 $E$ 为 $AB$ 上一点,且 $AB=4AE$ ,连接 $EM$ 并延长交 $BC$ 的延长线于点 $D$ ,求证: $BC=2CD$ .



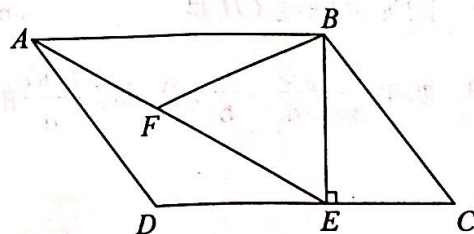
25. 已知:如图,在平面直角坐标系 $xOy$ 中,直线 $AB$ 分别与 $x$ 、 $y$ 轴交于点 $B$ 、 $A$ ,与反比例函数的图象分别交于点 $C$ 、 $D$ , $CE \perp x$ 轴于点 $E$ , $\tan \angle ABO = \frac{1}{2}$ , $OB=4$ , $OE=2$ . 求该反比例函数及直线 $AB$ 的表达式.



26. 已知:如图,在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=4$ , $BC=3$ ,过点 $B$ 作 $BE \perp CD$ 于 $E$ ,连结 $AE$ , $\angle AEB=60^\circ$ , $F$ 为 $AE$ 上一点,且 $\angle BFE = \angle C$ .

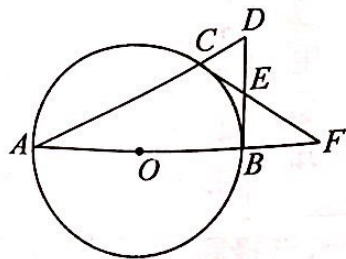
(1) 求证: $\triangle ABF \sim \triangle EAD$ ;

(2) 求 $BF$ 的长.





27. 已知:如图,点  $C$  是以  $AB$  为直径的  $\odot O$  上一点,直线  $AC$  与过  $B$  点的切线相交于  $D$ ,点  $E$  是  $BD$  的中点,直线  $CE$  交直线  $AB$  于点  $F$ .
- (1) 求证:  $CF$  是  $\odot O$  的切线;
- (2) 若  $ED=3$ ,  $EF=5$ , 求  $\odot O$  的半径.



28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  经过点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ , 已知  $A(-1, 0)$ ,  $C(0, 3)$ .
- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 如图 1,  $P$  为线段  $BC$  上一点, 过点  $P$  作  $y$  轴平行线, 交抛物线于点  $D$ , 当  $\triangle BCD$  的面积最大时, 求点  $P$  的坐标;
- (3) 如图 2, 抛物线顶点为  $E$ ,  $EF \perp x$  轴于  $F$  点,  $N$  是线段  $EF$  上一动点,  $M(m, 0)$  是  $x$  轴上一动点, 若  $\angle MNC = 90^\circ$ , 直接写出实数  $m$  的取值范围.

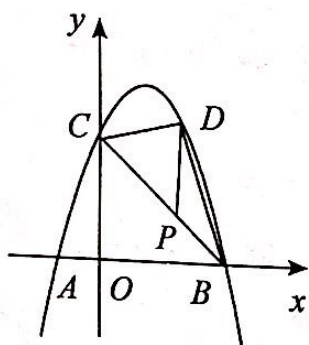


图 1

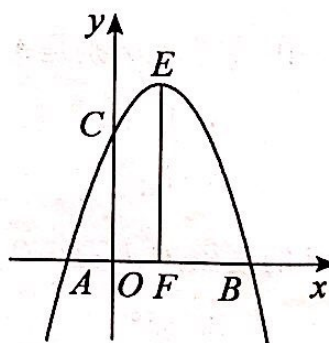


图 2

